

Méthodes mathématiques pour la physique

session 2

09/06/2009

durée de l'examen: 2h

1. [5 points] Considérons la fonction $f(x) = |x + 1| + |x - 1|$. Calculer $\frac{df}{dx}$ et $\frac{d^2f}{dx^2}$ au sens des distributions (c'est-à-dire, trouver $(T_f)'$ et $(T_f)''$).

2. [5 points] Considérons la fonction $f(x)$ de période 2 définie par

$$f(x) = x + |x| \quad \text{pour } -1 < x \leq 1.$$

(a) Développer cette fonction en série de Fourier.

(b) Ecrire l'identité de Parseval correspondant à cette série de Fourier.

3. [6 points] En utilisant la méthode des fonctions de Green, trouver la solution $y(x)$ de l'équation différentielle

$$4y''(x) + y(x) = \cos x,$$

vérifiant les conditions initiales $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$. Vérifier le résultat.

4. [9 points] En utilisant la méthode des fonctions de Green, trouver la solution $y(x)$ de l'équation différentielle

$$16x^2y''(x) + 3y(x) = 1,$$

vérifiant les conditions limites $y(1) = 0$, $y'(4) = 0$.